

Das vorkonditionierte CG-Verfahren für große und dünn besetzte Gleichungssysteme

Das CG-Verfahren (Verfahren der konjugierten Gradienten) zur Lösung eines linearen Gleichungssystems für eine symmetrische und positiv definite $n \times n$ Matrix liefert in exakter Arithmetik in n Schritten die Lösung. Für hochdimensionale Gleichungssysteme, etwa aus Diskretisierungen von elliptischen Differentialoperatoren, soll die Lösung aber in nur wenigen Schritten ($\ll n$) näherungsweise bestimmt werden können. Dies kann durch vorkonditionierte Iterationsverfahren erreicht werden.

In dieser Bachelorarbeit soll das CG-Verfahren mit Vorkonditionierungstechniken, etwa mit graphenbasierter Umnummerierung der Unbekannten und unvollständigen Matrixfaktorisierungen, eingesetzt werden. Das Konvergenzverhalten des Verfahrens soll bezüglich der Konditionszahl der vorkonditionierten Koeffizientenmatrix analysiert werden und durch numerische Experimente veranschaulicht werden. Eine Erweiterung hin zu Verfahrensvarianten für indefinite oder unsymmetrische Gleichungssysteme ist möglich.

Literatur

- [1] W. Hackbusch, *Iterative Lösung großer schwachbesetzter Gleichungssysteme*, 2. Auflage, Teubner 1993.
- [2] Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, second edition, SIAM 2003.
- [3] J. A. Meijerink and H. A. van der Vorst, *An Iterative Solution Method for Linear Systems of Which the Coefficient Matrix is a Symmetric M-Matrix*, Math. Comp. 31 (1977), 148–162.