

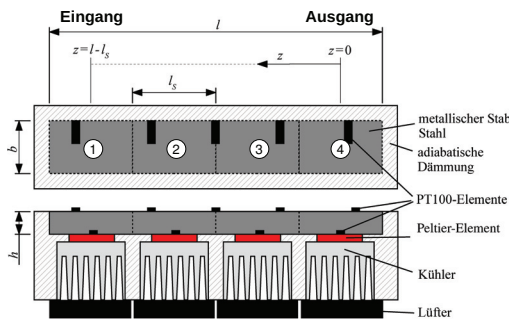


Modellgestützte Temperaturregelung auf Basis eines orts aufgelösten Entwurfsmodells

Flachheitsbasierte Steuerung und Folgeregelung durch Randeingriff

Örtlich verteiltes Wärmeleitungssystem

Systembeschreibung



ρ Dichte von Stahl
 c_p spezifische Wärmekapazität
 λ Wärmeleitfähigkeit
 α Wärmeübergangskoeffizient

l Gesamtlänge des Stabs
 l_s Länge eines Segments
 b Breite des Stabs
 h Höhe des Stabs
 m_s Masse eines Segments

ϑ_U Umgebungstemperatur
 $\vartheta(z,t)$ Temperaturprofil
 ϑ_i Temperatur im i -ten Segment

$$\frac{\partial \vartheta(z,t)}{\partial t} - \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 \vartheta(z,t)}{\partial z^2} + \frac{\alpha}{h \rho c_p} \vartheta(z,t) = \frac{\alpha}{h \rho c_p} \vartheta_U$$

Reihenansatz für die Temperaturverteilung

$$\vartheta(z,t) \approx \sum_{k=0}^m a_k(t) \frac{z^k}{k!} = a_0(t) + a_1(t) \frac{z^1}{1!} + a_2(t) \frac{z^2}{2!} + \dots + a_m(t) \frac{z^m}{m!}$$

Ermittlung der Koeffizienten a_k aus den Randbedingungen bis zur Approximationsordnung m : hier $m = 5$

$$y(t) = \vartheta(0,t) \approx \sum_{k=0}^m a_k(t) \frac{0^k}{k!} = a_0(t) \quad \frac{\partial \vartheta(0,t)}{\partial z} = 0 \quad a_1(t) = a_3(t) = a_5(t) = 0$$

$$a_2(t) = \frac{\dot{y}(t) + k_4 (y(t) - \vartheta_U)}{k_2}$$

$$k_2 = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

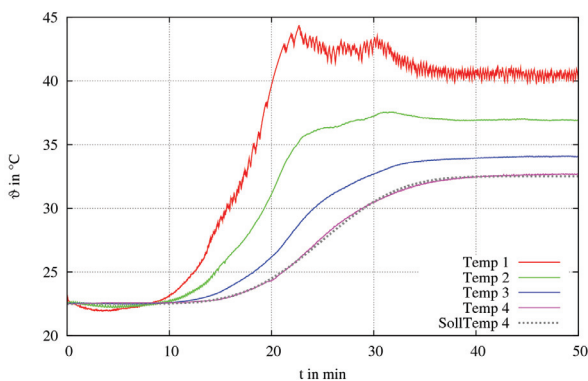
$$a_4(t) = \frac{\ddot{y}(t) + k_4 (2\dot{y}(t) + k_4 (y(t) - \vartheta_U) - \dot{\vartheta}_U)}{k_2^2}$$

$$k_4 = \frac{\alpha}{h \rho c_p}$$

Randsteuerung bei $z = l - l_s$

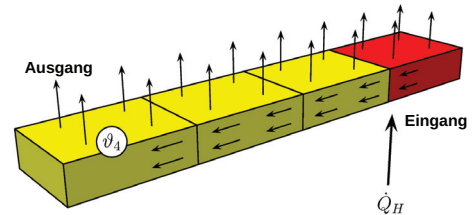
unterlagerte Temperaturregelung für Segment 1

$$\vartheta(l - l_s, t) = \sum_{k=0}^m a_k(t) \frac{(l - l_s)^k}{k!}$$



Experimentelle Ergebnisse

Örtliche Diskretisierung (Finite Volumen)



Mathematische Modellbeschreibung des örtlich diskretisierten Systems

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\vartheta}_1(t) & \dot{\vartheta}_2(t) & \dot{\vartheta}_3(t) & \dot{\vartheta}_4(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{12} & 0 \\ 0 & a_{12} & a_{22} & a_{12} \\ 0 & 0 & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_1(t) \\ \vartheta_2(t) \\ \vartheta_3(t) \\ \vartheta_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{c_p m_s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \frac{\alpha A_S}{c_p m_s} \\ \frac{\alpha A_S}{c_p m_s} \\ \frac{\alpha A_S}{c_p m_s} \\ \frac{\alpha A_S}{c_p m_s} \end{bmatrix} \vartheta_U$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

$$a_{11} = -\frac{1}{c_p m_s} \left(\alpha A_S + \frac{\lambda S}{l_s} \right) \quad a_{22} = -\frac{1}{c_p m_s} \left(\alpha A_S + 2 \frac{\lambda S}{l_s} \right) \quad a_{12} = \frac{1}{c_p m_s} \frac{\lambda S}{l_s}$$

Temperatur des 4. Segments als flacher Ausgang des Systems

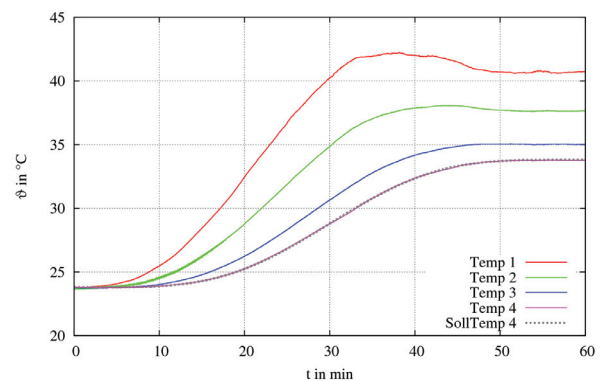
Parametrierung **aller** Systemgrößen (Zustandsgrößen und Stellgröße) als Funktion des flachen Ausgangs und seiner Zeitableitungen

$$\underline{x} = \underline{\Psi}_x(y_f, \dot{y}_f, \dots, y_f^{(n-1)})$$

$$u = \underline{\Psi}_u(y_f, \dot{y}_f, \dots, y_f^{(n)})$$

Stabilisierung des Folgefehlers

$$\nu = y_{f,d}^{(IV)} + \sum_{i=0}^3 \alpha_i (y_{f,d}^{(i)} - y_f^{(i)}) + \alpha_I \int_0^t (y_{f,d}(\tau) - y_f(\tau)) d\tau$$



Kontakt

Prof. Dr.-Ing. Harald Aschemann
Lehrstuhl für Mechatronik
Universität Rostock
Justus-von-Liebig-Weg 6
18059 Rostock
Harald.Aschemann@uni-rostock.de

Dr.-Ing. Andreas Rauh
Lehrstuhl für Mechatronik
Universität Rostock
Justus-von-Liebig-Weg 6
18059 Rostock
Andreas.Rauh@uni-rostock.de

Dipl.-Ing. Ingolf Menn
Lehrstuhl für Mechatronik
Universität Rostock
Justus-von-Liebig-Weg 6
18059 Rostock
Ingolf.Menn@uni-rostock.de